**名校联考联合体2023年春季高一第一次联考数学**

**一､选择题：本大题共8个小题，每小题5分，满分40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 设集合，则下列结论正确的是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】化简集合，据此可判断的关系.

【详解】因为，

所以、、错误，正确.

故选：C

2. 若，则为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】

利用全称命题的否定变换形式即可得出结果.

【详解】，

则为.

故选：A

3. 不等式的解集是，则的解集是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由题知两根为，进而得，再代入解不等式即可得答案.

【详解】解：因为不等式的解集是，

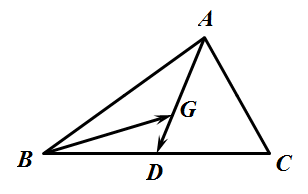
所以方程的两根为，

所以由韦达定理得，，即，

所以，解不等式得解集为

故选：C

4. 如图，在中，点是边的中点，，则用向量表示为（ ）



A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】

先根据题意，得到，，再由向量的加减运算，即可得出结果.

【详解】因为点是边的中点，所以，

又，所以，

因此.

故选：A.

【点睛】本题主要考查用基底表示向量，熟记平面向量基本定理即可，属于常考题型.

5. 若，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据同角三角函数的基本关系及二倍角公式化简即可得解.

【详解】因为，

所以,

故选：B

6. 已知锐角三角形的内角，，的对边分别为，，.且， 则的取值范围为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】

利用正弦定理化简已知条件，由此求得进而求得的大小.根据三角恒等变换化简，由此求得取值范围.

详解】依题意，

由正弦定理得，

所以，

由于三角形是锐角三角形，所以.

由.

所以

，

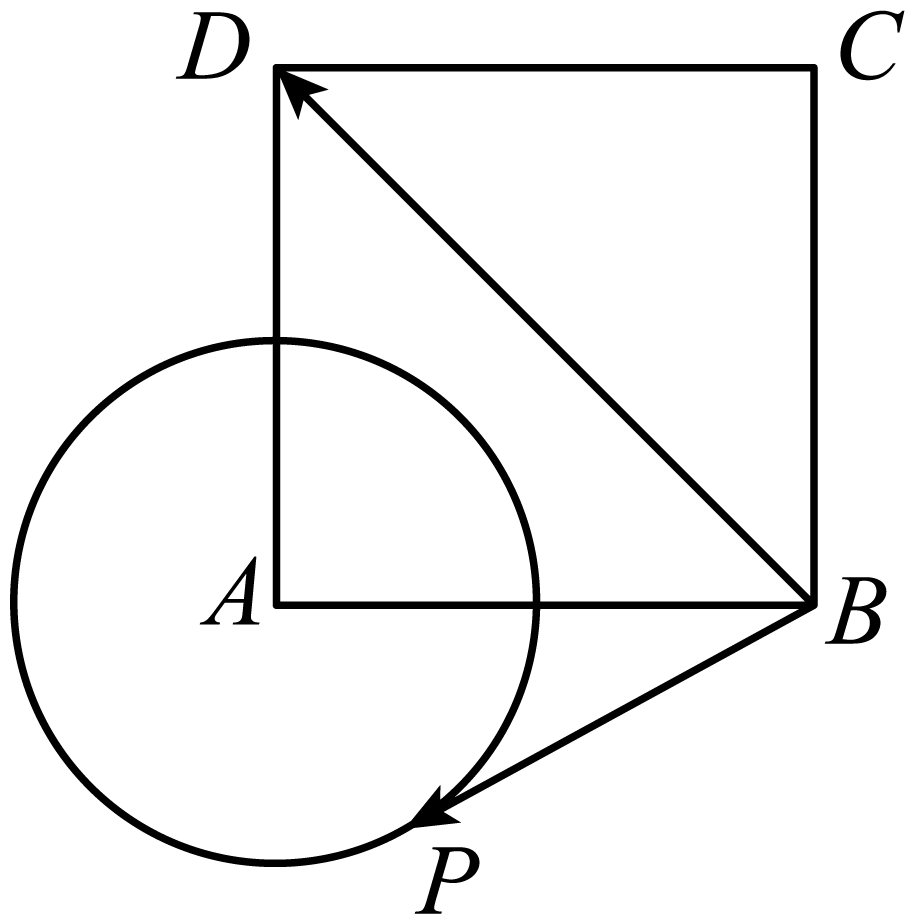
由于，所以，

所以.

故选：C

【点睛】本题主要考查正弦定理解三角形，考查三角函数值域的求法，两角差的正弦公式，属于中档题.

7. 如图，正方形的边长为2，圆半径为1，点在圆上运动，则的取值范围是（ ）



A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由向量的加法可得，再由向量数量积的运算即可得解.

【详解】设与的夹角为，则，





，

因为，

所以，

故选：C

8. 设函数在上有定义，对于任一给定的正数，定义函数则称函数为的“界函数”.若给定函数，则下列结论不成立的是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由题意可得，然后逐个分析判断即可。

【详解】因为，

所以，

所以对于A，，所以A正确，

对于B，，所以B错误，

对于C，，所以C正确，

对于D，，所以D正确，

故选：B

**二､多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 下列结论正确的是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】AB

【解析】

【分析】根据指数函数单调性及1为“桥梁”判断A，根据函数的单调性及对数运算判断B，根据正切函数的单调性及同角三角函数的关系、周期判断CD.

【详解】因为，，所以，故A正确；

因为，所以，所以，故B正确；

因为，所以，即，故，故C错误；

由，故D错误.

故选：AB

10. 已知向量，若，则下列结论在确的是（ ）

A.  B. 

C.  D. 与的夹角为锐角

【答案】AC

【解析】

【分析】求出，对两边平方得可判断A；由的坐标运算可得的值，求出可判断B；对两边平方化简可判断C；求出、、，设与的夹角为，由向量的夹角公式计算可判断D.

详解】，

由得，

所以，所以A正确；

对于B，由，可得，

因为，所以，故B错误；

对于C，由得，所以，故C正确；

对于D，，，

设与的夹角为，所以，

又，所以为钝角，故D错误.

故选：AC.

11. 三角形中，角的对边分别为，下列条件能判断是钝角三角形的有（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】BC

【解析】

【分析】利用余弦定理可判断A，由平面数量积的定义可判断B，根据正余弦定理可判断C，由三角恒等变换可判断D.

【详解】A：由可知，且，即，所以，所以是锐角，故A不能判断；

B：由,得，则为钝角，故B能判断；

C：由正弦定理，得，则，为钝角，故C能判断；

D：由正弦定理，条件等价于=，

由，则，即，由，故，则，故D不能判断.

故选：BC

12. 已知函数，则（ ）

A. 函数关于轴对称

B. 函数的最小正周期为

C. 函数的值域为

D. 方程在上至多有8个实数根

【答案】ACD

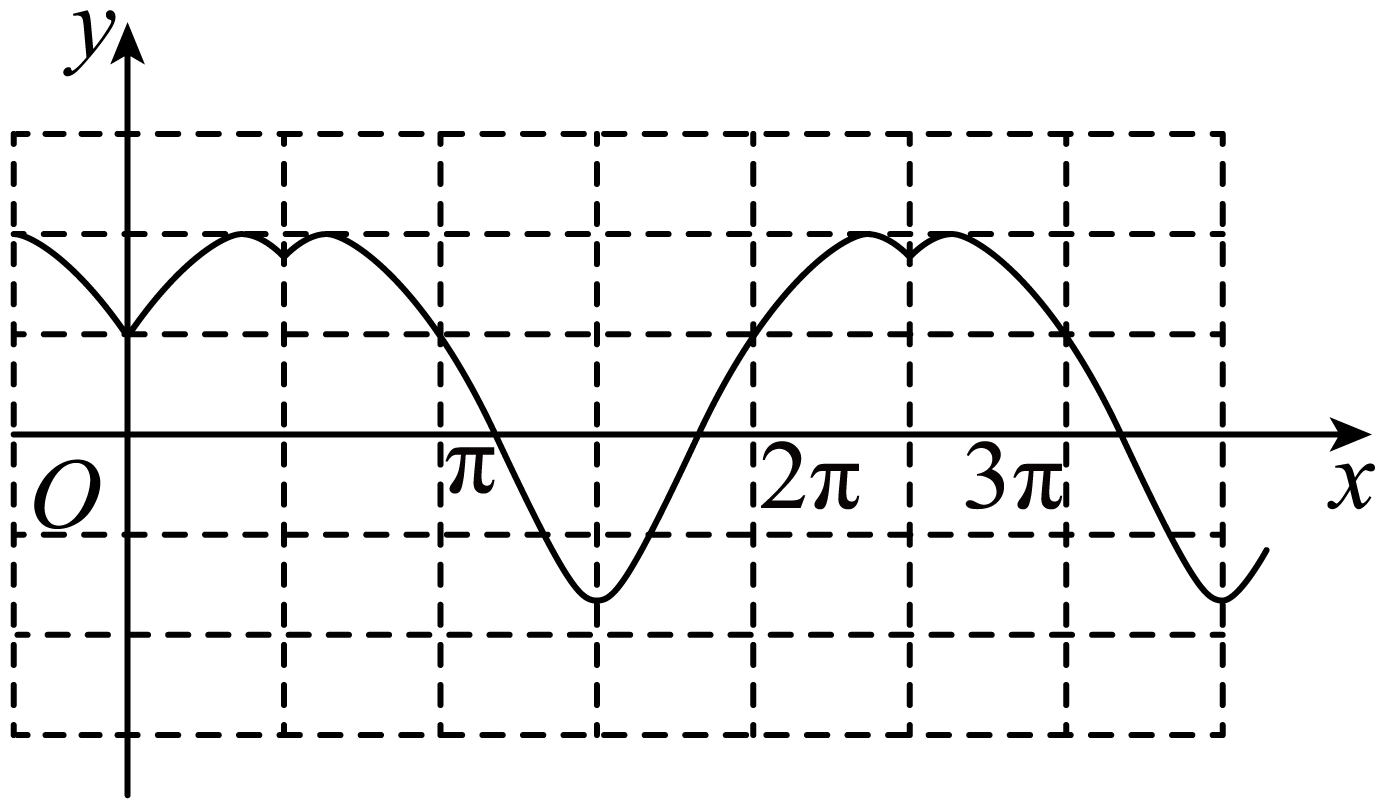
【解析】

【分析】根据函数奇偶性定义判断哪A，根据周期定义判断B，根据函数图象判断C，D.

【详解】因为，所以函数为偶函数，故A正确；

因为，所以不是函数周期，故B错误；

对，当时，，，作出函数图象，



由图象知，最大值为2，当时，可取最小值，故函数值域为，故C正确；

由图象知，与在上最多有4个交点，由函数图象的对称性知在上最多有4个交点，故方程在上至多有8个实数根，正确.

故选：ACD

**三､填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 设*a*，*b*是不共线的两个向量，已知，若*A*，*B*，*D*三点共线，则*k*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】-1

【解析】

【分析】根据三点共线可得向量平行，建立方程求解即可.

【详解】，

∵*A*，*B*，*D*三点共线，

，

则存在实数*λ*使得：，

，得得：.

故答案为：

14. 已知函数的零点为，且，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】2

【解析】

【分析】由函数的解析式判断函数单调性，求出的值，可得，再利用函数的零点的判定定理可得函数的零点所在的区间，即可得解.

【详解】易知函数在上单调递增，

因为，，

所以，

根据函数的零点的判定定理可得：  
函数的零点所在的区间是，

所以．  
故答案为：2

15. 在△中，角，，所对的边分别为，，，表示△的面积，若，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【详解】试题分析：∵，∴，∴，∴，．∵，∴，∴，∴，∴．

考点：解三角形.

【思路点睛】先利用余弦定理和三角形的面积公式可得，可得，再用正弦定理把中的边换成角的正弦，利用两角和公式化简整理可求得，最后根据三角形内角和，进而求得．

16. 已知平面向量，若，且，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

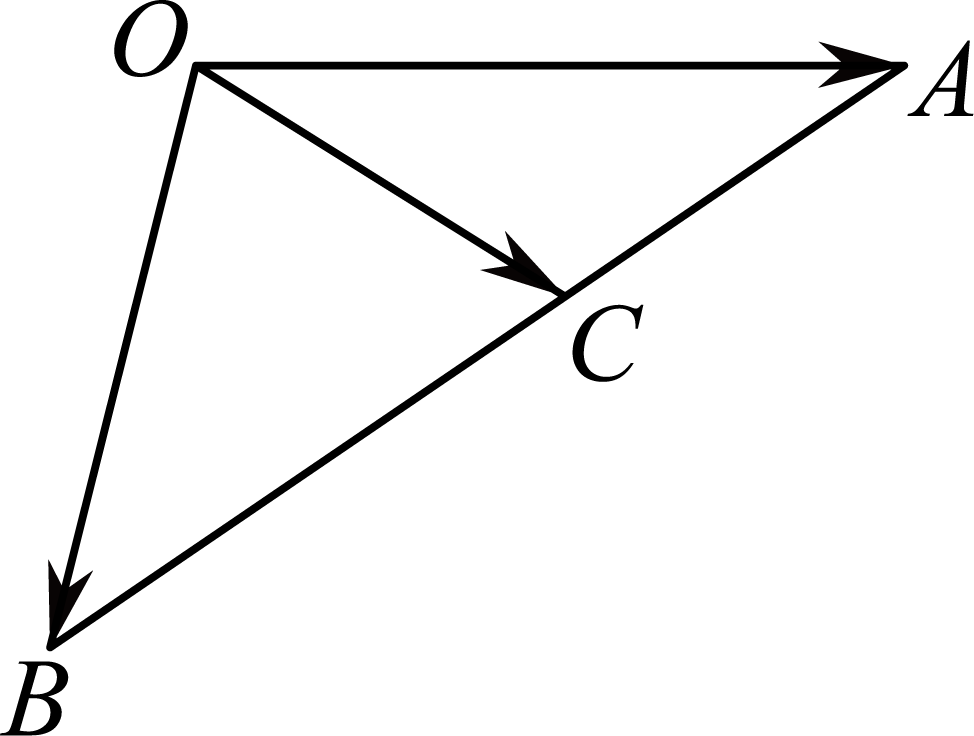
【分析】根据题意，得到与夹角为，作向量，，，根据题中条件，判定，，三点共线，由的几何意义表示线段的长，即可得出结果.

【详解】由已知，

所以，以为三边的三角形为等边三角形，

所以，的夹角为.

如图作向量，，，



则，，所以，

则，

所以，

故，，三点共线，即点在线段上，

所以，

即的取值范围是.

故答案为：.

**四､解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步聚.**

17. 设，其中.

（1）当时，求的值；

（2）求的最大值及取最大值时对应的的值.

【答案】（1）

（2）取最大值为1，此时

【解析】

【分析】（1）根据向量垂直的坐标表示列方程，结合正切函数性质解方程可得；

（2）根据数量积的坐标运算公式和三角恒等变换公式化简，再由正弦函数性质求其最值及相应的的取值.

小问1详解】

.



，

即.

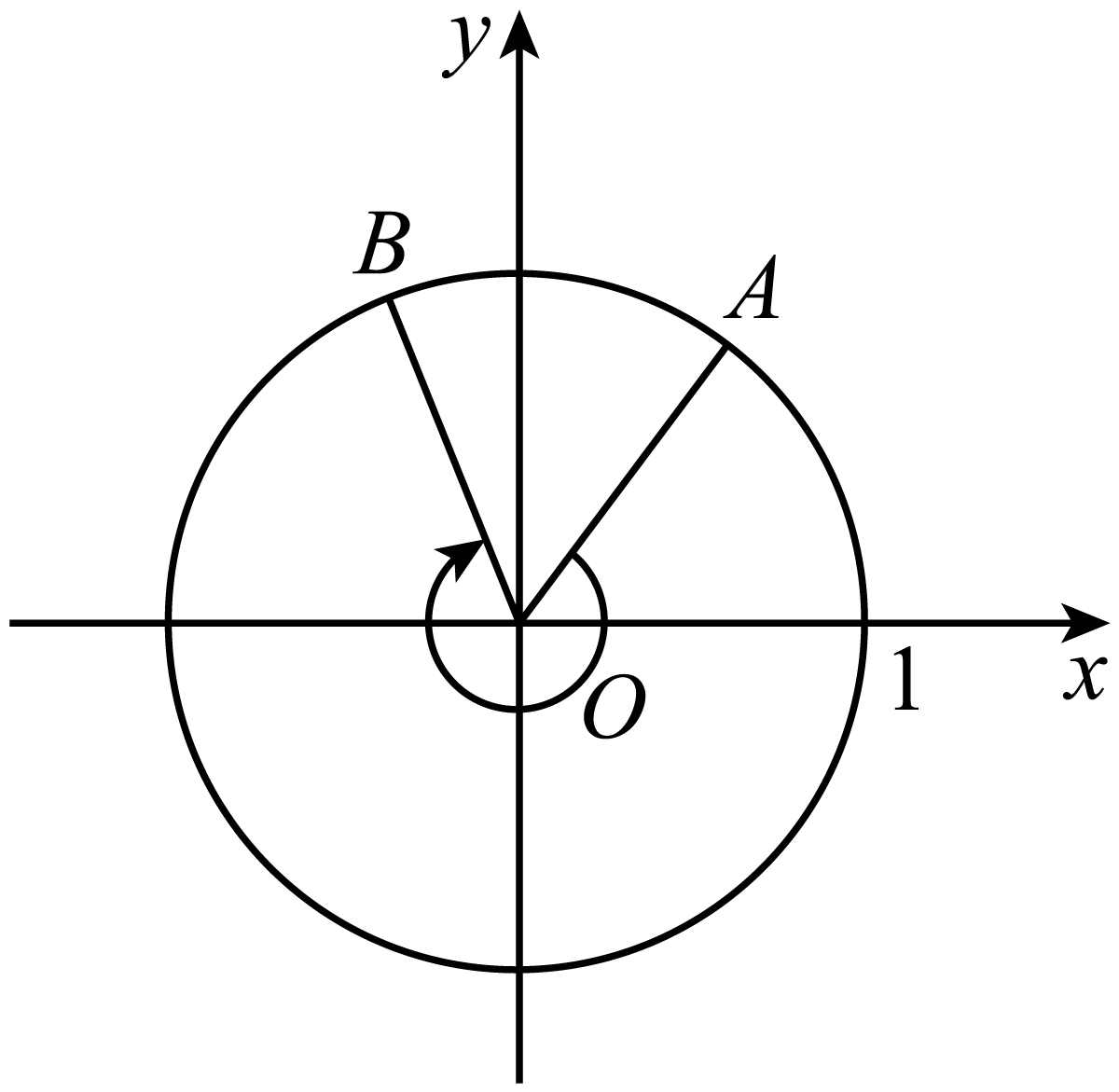
【小问2详解】

，

由得.

当时，取最大值为1，此时.

18. 如图，已知角的终边与单位圆交于点，将角的终边顺时针旋转得到角，设角的终边与单位圆交于点.



（1）求的值；

（2）求点的坐标.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）根据三角函数的定义及诱导公式化简计算可得；

（2）由，利用诱导公式及两角和的正余弦公式求出即可.

【小问1详解】

由角的终边与单位圆交点知：，

根据诱导公式，原式.

小问2详解】

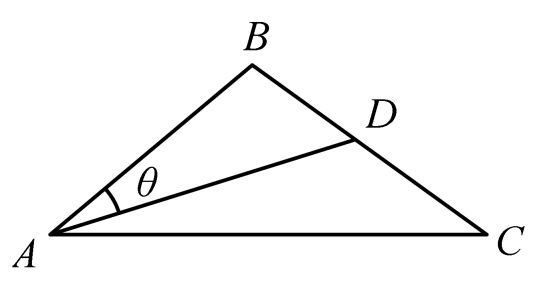
，

，

.

点的坐标为.

19. 在中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且若. *D*为*BC*的中点，，记



（1）若，求*AB*的值;

（2）求*a*+2*c*的取值范围.

【答案】（1）1；（2）

【解析】

【分析】（1）由余弦定理可得，在中利用正弦定理即可求出；

（2）利用正弦定理可得，再化简利用三角函数的性质可求.

【详解】（1），即，

由余弦定理可得，所以，

又，则，

在中，由正弦定理可得，

所以；

（2）在中，由可得，

由正弦定理可得，

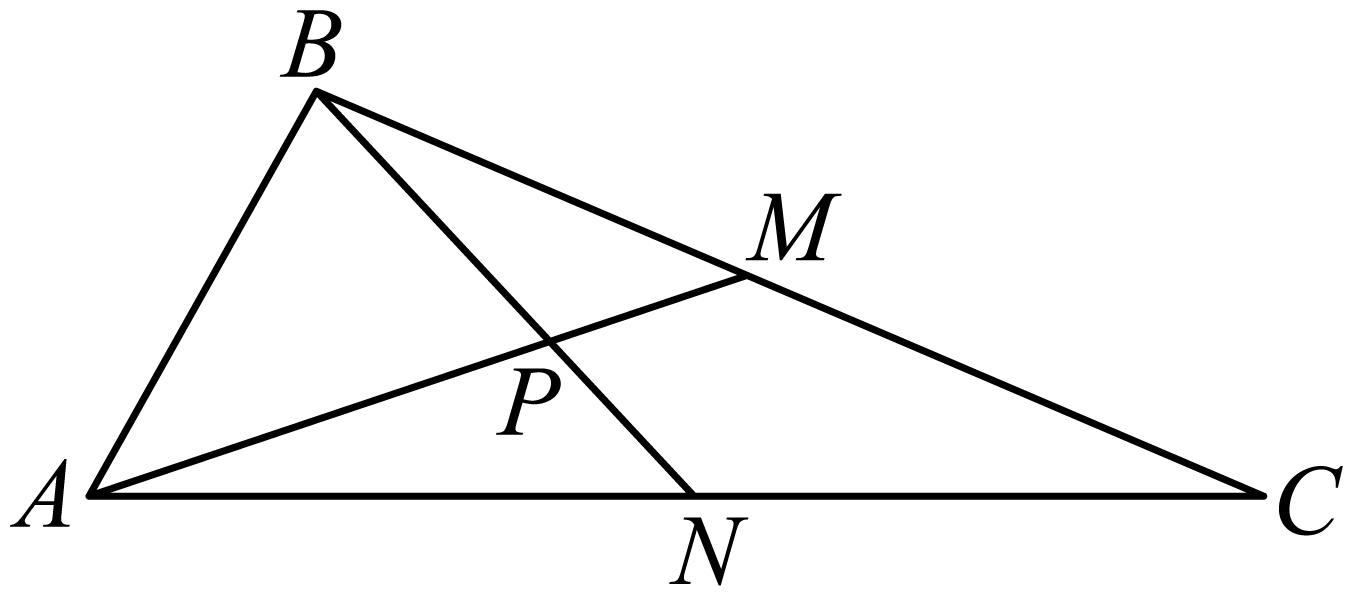
则，

，

由，可知，则，

所以.

20. 如图，在中，已知边上的中点为，点是边上的动点（不含端点），相交于点.



（1）求；

（2）当点为中点时，求：的余弦值；

（3）求：的最小值；当取得最小值时设，求的值.

【答案】（1）

（2）

（3）

【解析】

【分析】（1）由余弦定理求解；

（2）设，由中点可得，再由数量积的运算性质求解即可；

（3）设则可转化为关于的二次函数，求最值即可，再由及三点共线得解即可.

【小问1详解】

，由余弦定理知：

，

.

【小问2详解】

设，

分别为的中点，

，



，

，

又.

.

【小问3详解】

设

，

当即时，取最小值，

，

，

，

三点共线，

，

.

21. 技术的价值和意义在自动驾驶､物联网等领域得到极大的体现.其数学原理之一是香农公式：，其中：（单位：）是信道容量或者叫信道支持的最大速度，单位；）是信道的带宽，单位：）是平均信号功率，（单位：）是平均噪声功率，叫做信噪比.

（1）根据香农公式，如果不改变带宽，那么将信噪比从1023提升到多少时，信道容量能提升

（2）已知信号功率，证明：；

（3）现有3个并行的信道，它们的信号功率分别为，这3个信道上已经有一些相同的噪声或者信号功率.根据（2）中结论，如果再有一小份信号功率，把它分配到哪个信道上能获得最大的信道容量？（只需写出结论）

【答案】（1）2047

（2）证明见解析 （3）把那一小份分配到信道上能获得最大的信道容量

【解析】

【分析】（1）先把时，算出来，再令，解得；

（2）利用对数运算化简即可证明；

（3）由（2）可知当时，，随着的增大也会增大，可是增加的速度会越来越慢，即得．

【小问1详解】

当时，，

令，

得，

解得：，

所以若不改变带宽，将信噪比从1023提升到2047时，信道容量能提升.

【小问2详解】

证明：

右边









=左边，

所以，原式成立；

【小问3详解】

分配到信道上能获得最大的信道容量.

理由：由（2）可知当时，，

随着的增大也会增大，但增加的速度会越来越慢，

所以把那一小份分配到信道上能获得最大的信道容量.

22. 已知函数，如果存在给定的实数对，使得恒成立，则称为“完美函数”.

（1）判断函数是否是“完美函数”，并说明理由；

（2）若是一个“完美函数”，求出所有满足条件的有序实数对；

（3）若定义域为的函数是“完美函数”，且存在满足条件的有序实数对和，当时，的值域为，求当时，函数的值域.

【答案】（1）不是“完美函数”， 是“完美函数”，理由见解析

（2）

（3）

【解析】

【分析】（1）根据新定义计算，求出常数，即是“完美函数”，求不出，即不是“完美函数”；

（2）根据新定义计算，结合诱导公式求出常数．

（3）先利用求出时，的范围，然后再由求出时的范围，归纳出（）时，的范围．从而可得结论．

【小问1详解】

若是“完美函数”，则存在实数对，使得，

即对恒成立，而关于的方程最多有两个解，不符合题意，

因此不是“完美函数”.

若是“完美函数”，则存在实数对，使得，

即存在常数对满足条件，因此是“完美函数”.

【小问2详解】

是一个“完美函数”，

存在有序实数对满足恒成立，

当时，，不是常数.



当时，

有恒成立，

即恒成立.

则

因此满足是一个“完美函数”时，

实数对.

【小问3详解】

函数是“完美函数”，且存在满足条件的有序实数对和，

，

时，，



时，，

.

时，时，

以此类推可知：时，，

当时，，

因此当时，；

当时，.

综上可知当时函数的值域为.